**Argomento: motore Diesel più riduttore a due alberi**

Un motore Diesel a quattro tempi che eroga la potenza di 40 kW alla velocità di rotazione di 1800 giri/min aziona una macchina operatrice ruotante a 230 giri/min tramite due coppie di ruote dentate cilindriche.

Il candidato, dopo aver scelto eseguito un opportuno schema dell’impianto proposto ed avere adeguatamente assunto ogni altro dato occorrente, determini:

1. le caratteristiche costruttive delle due coppie di ruote dentate;
2. il diametro dell’albero di rinvio (trascurando il peso delle masse ruotanti);
3. il numero e le dimensioni dei cilindri del motore Diesel;
4. il prevedibile consumo di combustibile per un periodo di funzionamento pari a 24 ore.

SOLUZIONE

***Schema dell’impianto***

Il Tema non dà alcuna indicazione sull’architettura della trasmissione, né sull’interasse tra il primo e il terzo albero; si sa solo che il riduttore è accoppiato con una non precisata macchina operatrice. Facciamo alcune assunzioni:

* La macchina operatrice in questione sia un macchinario industriale. Dalla tabella I.90 del *Manuale di Meccanica* imponiamo una durata *h* = 15 000 h.
* Il motore sia posizionato nella parte bassa del macchinario, circa a livello del pavimento, per facilitare le operazioni di smontaggio / montaggio.
* Il riduttore si sviluppa nel piano verticale; lo schema comprende quindi il motore *M* con l’albero n. 1 su cui è calettato il pignone *z*1; sulla sua verticale è posizionato l’albero intermedio n. 2, di seguito denominato AB, su cui sono calettate la corona *z*2 che riceve il moto dal pignone *z*1 ed il pignone *z*3. L’albero AB è semplicemente appoggiato con la corona *z*2 in prossimità del vincolo sinistro A ed il pignone *z*3 in prossimità del vincolo destro B. Sempre sul piano verticale è posizionato l’albero di uscita n. 3 su cui è calettata la corona *z*4 che riceve il moto dal pignone *z*3 eche trasmette il moto all’organo utilizzatore *U*. I tre alberi del riduttore sono quindi complanari.
* Il testo non fa menzione di eventuali condizioni di lavoro difficoltose, quali urti, contraccolpi, sovraccarichi, *stop – and – go* più o meno frequenti: di conseguenza si assumerà un fattore di servizio *fs* = 1,1.
* Dato che il tema è finalizzato al calcolo strutturale della trasmissione, non si terrà conto delle perdite per attrito nei perni e nelle dentature per cui si assumerà il rendimento di trasmissione unitario, consci del fatto che l’errore che si compie è trascurabile.

***Soluzione domanda 1)***

***Calcoli preparatori***

Il riduttore è realizzato con due coppie di ruote dentate cilindriche a denti diritti, realizzate in acciaio da bonifica; viste le condizioni impegnative di lavoro e le frequenze di rotazione piuttosto alte, si ritiene opportuno adottare un acciaio debolmente legato da bonifica, caratterizzato da un buon valore della durezza, adatto per sopportare un funzionamento a fatica prolungato. Le ruote verranno realizzate mediante dentatrice a CNC in grado di offrire un’elevata precisione nel taglio dei profili.

Calcolo della velocità angolare del pignone n. 1 lato motore:

Calcolo del rapporto di trasmissione totale, note le frequenze di rotazione del primo e del terzo albero:

Si valuta ora la possibilità di avere entrambi i valori dei due rapporti di trasmissione intermedi uguali; ricordando che il rapporto di trasmissione totale *itot* è pari al prodotto dei due rapporti di trasmissione intermedi *i*1 e *i*2, possiamo imporre:

Si scelgono i numeri di denti; dopo qualche tentativo si trovano due valori comodi da gestire: per il pignone *z*1= 30 e per la corona *z*2 = 84. Gli stessi valori potranno dunque essere usati anche per il pignone *z*3 e per la corona *z*4. Dato che i due pignoni sono gemelli, si eseguirà il calcolo del modulo sul pignone n. 3, sicuramente il maggiormente sollecitato.

Calcolo della frequenza di rotazione *nAB* dell’albero intermedio AB su cui sono montati la corona *z*2 e il pignone n. 3, essendo noto il rapporto di trasmissione intermedio:

Calcolo della velocità angolare del suddetto albero intermedio:

Ora si calcolano i momenti motori agenti sui tre alberi. Il momento motore erogato dal motore:

Il momento motore *MAB* agente sull’albero intermedio:

Per completezza, calcoliamo anche la frequenza di rotazione *n*3 dell’albero di uscita su cui è montata la corona *z*4 e il momento motore *M3* uscente dal suddetto albero ed agente sull’utilizzatore, essendo noto il rapporto di trasmissione intermedio:

:

***Calcolo delle ruote dentate***

Il dimensionamento della coppia di ruote dentate a denti dritti che costituiscono il riduttore verrà condotto mediante calcolo a usura, seguito dalla verifica a fatica. Il testo non offre indicazioni sul materiale da adottare, per cui si sceglie l’acciaio 42 Cr Mo 4 da bonifica, avente un carico di rottura *Rm* = 1100 ÷ 1200 N/mm2: si assume come riferimento il valore intermedio pari a 1150 N/mm2.

La sua durezza è HV 280, utile per calcolare la pressione ammissibile. Per entrambi gli ingranaggi si conferma la durata *h* = 15 000 in ore (funzionamento per 8 ore su 24, non continuative), desunta dalla **Tabella I.90** “*Valori orientativi delle ore di funzionamento h”* riportata sul *Manuale di Meccanica – Hoepli*; con questo dato si ottiene la pressione ammissibile che vale:

Si calcola il coefficiente *C* mediante la formula [**2.36**] del testo, reperibile nel volume 2, UD B2:

Tale valore è in linea con quanto ricavabile consultando la **Tabella 2.6** nella UD B2 del Volume 2 di testo: infatti, entrando col numero di denti del pignone *z*3 = 30 e col rapporto di trasmissione *i* = 2,75 si legge C = 8,77. Per la prima iterata di calcolo si assume il fattore di velocità *fv* pari a 0,55. Si sceglie il fattore di servizio *fs* = 1,1; il momento corretto *MAB,corr* vale:

Si calcola il modulo mediante la formula [**2.35**] del testo, reperibile nel volume 2, UD B2, assumendo un valore prudenzialmente alto per il coefficiente λ che definisce la lunghezza del dente in base al modulo: λ = 20:

Si arrotonda al valore unificato *m* = 6 mm, cui corrisponde sui pignoni il diametro primitivo *d*1 = *d3*  e sulle corone il diametro primitivo *d*2 = *d4* :

La velocità periferica *v*3 del dente del pignone oggetto del calcolo di progetto, calcolata sul diametro primitivo, vale:

A fronte di questo valore si entra nell’apposita **tabella 2.7** del testo (volume 2, UD B2) alla voce “dentature precise e indurite” (l’acciaio indicato è da bonifica): entrando col valore *v*3 = 6,06 m/s e interpolando a sentimento si nota che il valore *fv* ad esso corrispondente è inferiore, anche se di poco, al valore prima scelto per la prima iterata. Per prudenza è meglio eseguire una seconda iterata assumendo *fv* = 0,54:

Si conferma il valore unificato precedentemente calcolato: *m* = 6 mm.

Si esegue ora la verifica a fatica.

Nelle ipotesi che il riduttore operi regolarmente in entrambi i versi di rotazione e che i sovraccarichi siano trascurabili, si assume il grado di sicurezza *gR* = 4 e con esso si calcola la tensione ammissibile a fatica alterna:

Noto il valore di *v*3 si calcola il coefficiente di maggiorazione dinamica del carico, attribuendo al coefficiente empirico *A* il valore di 5:

Si ricava il fattore di Lewis dall’apposito abaco riportato nella **Tabella I.88** *Coefficienti y di Lewis* sul *Manuale di Meccanica – Hoepli*: per *z* = 30 denti si assume *y* = 0,388. Si verifica il modulo a fatica, valutando la tensione di lavoro mediante la formula di Lewis:

Il valore è accettabile in quanto ampiamente inferiore al valore ammissibile a fatica.

La lunghezza del dente:

***Soluzione domanda 2)***

***Calcolo delle forze scambiate tra i denti e definizione dei rispettivi versi***

Sulla trave matematica AB si identificano i seguenti punti intermedi di riferimento: il punto C posto sulla mezzeria della corona *z*2 ed il punto D posto sulla mezzeria del pignone *z*3. Vengono definite le seguenti quote della trave: dal vincolo A al punto C vi sono 100 mm; dal punto C al punto D vi sono 140 mm; dal punto D al vincolo B vi sono 100 mm. I 100 mm sui due estremi sono ottenuti sommando metà larghezza *b* del dente + 10 mm di battuta di spallamento + 30 mm alla mezzeria del cuscinetto. I 140 mm intermedi sono ottenuti sommando metà larghezza di entrambi i denti + 20 mm di battuta fra le due ruote dentate.

Il pignone n. 1 è posizionato sotto alla corona n. 2 a sua volta calettata sull’albero intermedio AB. La lunghezza totale della campata AB vale quindi 340 mm.

Attraverso i denti in presa il pignone scambia una forza risultante con la propria ruota compagna; tale forza *F* è inclinata dell’angolo di pressione α = 20° e viene di regola scomposta in due componenti, una tangenziale *Ft* agente sul piano orizzontale ed una radiale *Fr* agente sul piano verticale, come raffigurato nella **Figura 2.24** del testo, all’UD B2 del volume 2. Esse valgono rispettivamente:

Attribuendo al motore il verso di rotazione orario e applicando le suddette quattro forze nei rispettivi punti di tangenza dei cerchi primitivi, si ha che:

* le forze tangenziali *Ft* agenti sul piano orizzontale sono orientate verso destra, per un osservatore posto dalla parte dell’utilizzatore;
* le forze verticali *Fr* agenti sul piano verticale sono orientate come segue: la *Fr,*12 verso l’alto, la *Fr,*34 verso il basso.

Si noti come, eseguendo un’equazione di equilibrio dei momenti assiali sull’albero AB, le due forze tangenziali generano due momenti torcenti uguali e opposti: si conferma la correttezza dei versi scelti, dato che l’albero risulta in equilibrio.

***Calcolo delle reazioni vincolari***

Si calcolano le reazioni vincolari nel **piano verticale**. Si ricorda che la trave matematica AB presenta le due forze verticali *Fr,*12 verso l’alto ed *Fr,*34 verso il basso; si calcolano le reazioni vincolari nel piano verticale, *VA* in A e *VB* in B entrambe orientate verso l’alto, tramite un’equazione di momento nel vincolo A, assumendo positivo il verso antiorario:

La reazione *VB*:

Si esegue ora un’equazione di proiezione verticale verso l’alto:

Si calcolano le reazioni vincolari nel **piano orizzontale**. Dato che la trave matematica AB presenta le due forze orizzontali *Ft,*12 ed *Ft,*34 entrambe col medesimo verso, si calcolano le reazioni vincolari nel piano orizzontale *HA* e *HB* orientandole sul disegno col verso opposto a quello delle due forze attive anzidette. Si esegue un’equazione di momento nel vincolo A, assumendo positivo il verso antiorario:

La reazione *HB*:

Si esegue ora un’equazione di proiezione verticale verso il basso:

***Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione nel PV***

Lo schema di calcolo e la convenzione sui segni sono quelli riportati nella **figura H.94** sul *Manuale di Meccanica – Hoepli*. Si parte dal vincolo sinistro A, esplorando la trave muovendosi verso destra lungo l’ascissa curvilinea *z*. Dovendo pervenire in conclusione al momento flettente ideale, si esegue unicamente il calcolo del momento flettente, trascurando il taglio ed il suo diagramma. Nel primo tratto, da A a C:

per *z* = 0 (punto A), *M* = 0; per *z* = 100 mm = 0,1 m (punto C), si ha *M* = 10,1 N m.

Secondo tratto, da C a D:

per *z* = 0 (punto C), *M* = 10 100 N mm; per *z* = 140 mm (punto D):

Il diagramma di momento nel PV è positivo, quindi il suo grafico è orientato verso il basso; è formato da tre segmenti, due decrescenti fino al punto di massimo nel punto D e uno crescente. Il valore dei momenti alle due estremità è ovviamente zero.

***Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione nel PO***

Si parte dal vincolo sinistro A, esplorando la trave muovendosi verso destra, con l’ascissa curvilinea *z*; primo tratto da A a C:

per *z* = 0 (punto A), *M* = 0; per *z* = 100 mm (punto C), *M* = - 360 620 N mm = - 360,62 N m.

Secondo tratto, da C a D:

per *z* = 0 (punto C), *M* = - 360 620 N mm; per *z* = 140 mm (punto D):

Il diagramma di momento nel PO è costantemente negativo: ciò è corretto, dovendo il diagramma giacere nel semipiano contenente gli estradossi. Esso risulta quindi formato da tre segmenti, due crescenti e il destro decrescente.

***Dimensionamento dell’albero***

Il **momento flettente massimo** si ha in corrispondenza del pignone destro. La risultante *Mf,MAX* dei due momenti massimi perpendicolari fra di loro vale:

Si calcola il momento flettente ideale nella sezione in corrispondenza del punto D:

Per la costruzione dell’albero si sceglie l’acciaio da bonifica C 50 la cui tensione di rottura è *Rm*≈ 720 N/mm2, valore circa intermedio fra i due estremi letti nella terza colonna della **tabella F.34** del *Manuale di Meccanica – Hoepli*.

Dalla **tabella H.9** del *Manuale di Meccanica – Hoepli* si assume il grado di sicurezza a rottura *gR* = 2,8. La tensione ammissibile statica vale:

La tensione ammissibile *σamf* a fatica alterna vale:

Si applica la formula di Navier per ottenere il modulo resistente a flessione, che vale:

Si passa infine alla determinazione del diametro nel tratto centrale/destro dell’albero:

Si caletta il mozzo della ruota dentata sull’albero mediante una linguetta, reperibile sulla **Tabella I.26** *Linguette UNI 6604* (*Manuale di Meccanica - Hoepli*); la profondità della cava vale *t*1 = 6 mm. Pertanto il diametro utile sarà:

In base alla **Tabella E.5** *Dimensioni lineari nominali per organi meccanici* (*Manuale di Meccanica - Hoepli*), il valore più prossimo di arrotondamento è presente nella serie di Renard R20 e vale 56 mm. Ciò permette di adottare cuscinetti radiali a una corona di sfere aventi diametro interno di 50 mm.

***Soluzione domanda 3)***

***Calcolo della cilindrata del motore***

La terza domanda chiede di definire il numero e le dimensioni dei cilindri del motore. È indispensabile assumere alcuni dati di partenza; a tale scopo ci si riferisce a quanto riportato sul *Manuale di Meccanica – Hoepli* alla **pagina R-103**. Si assume un valore prudenziale per la *pressione media effettiva*:

Con questo dato e nota la potenza effettiva del motore data dal testo, grazie alla 5° formula di **pagina R-109** (op. cit.) risulta immediato risalire alla cilindrata *V* in centimetri cubi:

Si tratta di un motore poco sfruttato, avendo come obiettivi primari la durata e l’affidabilità.

***Calcolo dell’alesaggio A e della corsa C***

Si assumono altri dati: il motore sia un 6 cilindri in linea a corsa lunga avente il rapporto *C*/*A* = 1,1. La formula della cilindrata:

Si inserisce il rapporto *C*/*A* = 1,1:

La velocità media dello stantuffo:

La velocità media risulta decisamente bassa, a tutto favore dell’affidabilità e della durata: pertanto il valore è ampiamente accettabile.

***Soluzione domanda 4)***

***Calcolo del consumo di combustibile***

Il testo chiede di eseguire un preventivo dei consumi a fronte di un funzionamento continuativo di 24 ore. A tale scopo si assume, sempre riferendosi ai dati riportati sul *Manuale di Meccanica – Hoepli* alla **pagina R-103**, un valore adeguato ma prudenziale per il consumo specifico. Si sceglie *cs* = 220 g/(kWh). Con questo dato si richiama la definizione stessa di consumo specifico: esso è pari al rapporto tra la portata di gasolio *Gc* ed il prodotto tra potenza e tempo; la formula da usare è la seguente:

Verifichiamo il conguaglio dimensionale:

Si fissa la massa volumica del gasolio: ρ = 0,835 kg/l e si calcola la portata volumica *Gv* giornaliera in litri:

Impostando un costo al litro di 1,82 €/l si ottiene il costo complessivo del gasolio, avendo ipotizzato di acquistarlo alla pompa: