

VERRICELLO A VITE SENZA FINE-RUOTA ELICOIDALE CONIUGATA

Si deve costruire un verricello semplice, a vite senza fine-ruota elicoidale coniugata, per il sollevamento di un carico massimo di massa $M = 1000$ kg alla velocità $v = 0,4$ m/s . Il verricello è azionato da un motore elettrico che eroga la potenza $P_m = 6,5$ kW alla velocità di rotazione $n = 1450$ giri/min. Determinare:

- a) il rendimento complessivo del verricello;
- b) le caratteristiche della fune a trefoli da 114 fili in acciaio, 6 (12 + 6 + 1);
- c) il diametro del tamburo;
- d) la sollecitazione unitaria sulla fune;
- e) il rapporto di trasmissione, il numero di filetti della vite e il numero di denti della ruota elicoidale.

(Tratto da un tema d'Esame di Stato dell'Istituto Tecnico Industriale a indirizzo Meccanica, sessione ordinaria)

SOLUZIONE

a) Rendimento complessivo del verricello

La potenza utile di sollevamento è data dalla seguente relazione:

$$P_u = Q \times v$$

in cui Q è il carico di sollevamento:

$$Q = M \times g = 1000 \times 9,81 = 9810 \text{ N}$$

e v è la velocità di sollevamento.

Quindi la potenza utile di sollevamento vale:

$$P_u = 9810 \times 0,4 = 3920 \text{ W} = 3,92 \text{ kW}$$

Il rendimento del verricello si ricava dal rapporto fra la potenza utile e la potenza motrice:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{3,92}{6,5} = 0,6$$

b) Caratteristiche della fune a trefoli da 114 fili in acciaio, 6 (12 + 6 + 1)

Il DPR del 27.4.1955, relativo a mezzi e apparecchi industriali di sollevamento e trasporto, indica le seguenti prescrizioni:

- indice di sicurezza $i_s \geq 6$

- $\frac{D}{d} \geq 25$; $\frac{D}{\delta} \geq 300$ per tamburi e pulegge motrici

in cui:

D è il diametro dell'organo di avvolgimento;

d è il diametro della fune;

δ è il diametro dei fili delle funi.

Considerando l'indice di sicurezza $i_s = 6$ e il carico di trazione T agente sulla fune, ossia il carico da sollevare Q , il valore del carico di rottura minimo R della fune dovrà essere:

$$R = i \times T = 6 \times 9810 = 58\,860 \text{ N}$$

Scegliendo per i fili della fune la classe di resistenza $R_0 = 1770 \text{ N/mm}^2$, dalla **Tabella I.158** delle *funi metalliche a trefoli con anima tessile* del Manuale di Meccanica – Hoepli, si ricavano, per le funi a trefoli 6 (12 + 6 + 1) con 114 fili, le seguenti caratteristiche:

- valore del carico di rottura garantito $R = 78\,300 \text{ N}$,
- diametro della fune $d = 12 \text{ mm}$
- diametro dei fili delle funi $\delta = 0,78 \text{ mm}$

c) Diametro del tamburo

Il diametro del tamburo deve essere maggiore o uguale al maggiore dei diametri risultanti dai seguenti rapporti (*DPR del 27.4.1955*):

$$\frac{D}{\delta} \geq 300 ; \quad \frac{D}{d} \geq 25;$$

ovvero:

$$D \geq \delta \times 300 = 0,78 \times 300 = 234 \text{ mm} ; \quad D \geq d \times 25 = 12 \times 25 = 300 \text{ mm};$$

quindi si assumerà il valore maggiore $D = 300 \text{ mm}$.

d) Sollecitazione unitaria sulla fune

La sollecitazione di trazione T (carico da sollevare) genera nella fune la tensione normale σ_t :

$$\sigma_t = \frac{T}{\frac{z \times \pi \times \delta^2}{4}} = \frac{4 \times 9510}{114 \times \pi \times 0,78^2} = 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

dove $z = 4$ indica il numero di fili della fune e $\delta = 0,78 \text{ mm}$ il diametro dei fili.

La sollecitazione di flessione, dovuta all'avvolgimento della fune sul tamburo, genera una tensione normale σ_f :

$$\sigma_f = \frac{3}{8} \times E \times \frac{\delta}{D} = \frac{3}{8} \times 206\,000 \times \frac{0,78}{300} = 201 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

dove $E = 206\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ è il modulo di elasticità normale.

Pertanto la tensione totale è data dalla somma delle due tensioni calcolate:

$$\sigma_{tot} = \sigma_t + \sigma_f = 180 + 201 = 381 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

e) Rapporto di trasmissione, numero di filetti della vite e numero di denti della ruota elicoidale

Dalla relazione fra la velocità v di sollevamento del carico e la velocità angolare ω_2 del tamburo di diametro D :

$$v = \omega_2 \times \frac{D}{2}$$

si ricava:

$$\omega_2 = v \times \frac{2}{D} = 0,4 \times \frac{2}{0,300} = 2,67 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Poiché la velocità di rotazione dell'albero è $n = 1450$ giri/min, ossia:

$$\omega_1 = \frac{2 \times \pi \times n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1450}{60} = 151,8 \frac{rad}{s}$$

il rapporto di trasmissione i dell'ingranaggio vite senza fine-ruota elicoidale risulta:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{151,8}{2,67} = 57 = \frac{z_2}{z_1}$$

Pertanto la vite senza fine avrà $z_1 = 1$ filetto e la ruota elicoidale avrà $z_2 = 57$ denti.