

Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca

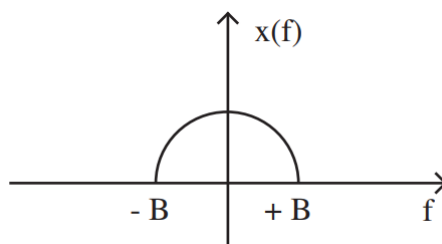
SIMULAZIONE ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: INFORMATICA E TELECOMUNICAZIONI

ARTICOLAZIONE: TELECOMUNICAZIONI

Tema di: TELECOMUNICAZIONI

Si deve trasmettere, in tecnica PCM, un segnale analogico $x(t)$ avente una banda B che si estende da 0 a 5500 Hz, il cui spettro è rappresentato nella seguente figura.



I valori istantanei del segnale sono compresi tra $V_{\max} = 3 \text{ V}$ e $V_{\min} = -3 \text{ V}$. Supponendo una quantizzazione lineare, il candidato, formulata ogni ipotesi aggiuntiva che ritiene opportuna, sviluppi i seguenti punti:

- 1) descriva brevemente la tecnica PCM illustrandone le caratteristiche salienti;
- 2) disegni uno schema a blocchi del sistema di trasmissione e di ricezione PCM descrivendo i singoli blocchi;
- 3) calcoli la minima frequenza di campionamento necessaria affinché in ricezione il segnale possa essere correttamente ricostruito;
- 4) calcoli l'intervallo di tempo tra un campione e l'altro corrispondente alla minima frequenza di campionamento;
- 5) calcoli il numero di livelli di quantizzazione affinché l'errore di quantizzazione sia contenuto entro 0,02 V;
- 6) calcoli la lunghezza del codice necessaria alla codifica dei campioni;
- 7) calcoli la velocità di trasmissione corrispondente alla minima frequenza di campionamento.

Si supponga di trasmettere in tecnica PCM il segnale $y(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$ dove $f_0 = 100 \text{ kHz}$.

Il candidato, formulata ogni ipotesi aggiuntiva che ritiene opportuna, sviluppi i seguenti punti:

- a) determini l'espressione analitica dello spettro del segnale $y(t)$ fornendone una rappresentazione grafica;
- b) calcoli la minima frequenza di campionamento necessaria per ricostruire correttamente $y(t)$ in ricezione;
- c) calcoli il numero di livelli di quantizzazione affinché l'errore di quantizzazione sia contenuto entro 0,02 V;
- d) calcoli la lunghezza del codice necessaria alla codifica;
- e) calcoli la velocità di trasmissione corrispondente alla minima frequenza di campionamento;
- f) supponendo di avere a disposizione un campionatore con frequenza di campionamento pari a $2 \cdot 10^6$ campioni/secondo e di volerlo utilizzare per campionare il segnale $w(t) = x(t) \cos(2\pi f_p t)$, il candidato, formulata ogni ipotesi aggiuntiva che ritiene opportuna, calcoli la massima frequenza portante f_p ammissibile per campionare correttamente il segnale $w(t)$.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di manuali tecnici e di calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

SOLUZIONE

1) Descrizione della tecnica PCM

Per trasmettere un segnale analogico in tecnica PCM occorre digitalizzarlo e discretizzarlo sia nel tempo sia in ampiezza: la discretizzazione nel tempo è ottenuta mediante il processo di campionamento, quello in ampiezza tramite il processo di quantizzazione.

Il campionamento consiste nel prelevare dal segnale analogico un adeguato numero di campioni, il cui numero, che deve essere sufficiente a garantire in ricezione una corretta ricostruzione del segnale originario, è determinato dal teorema di Shannon, secondo il quale la frequenza di prelievo dei campioni (frequenza di campionamento) deve essere almeno il doppio della massima frequenza della banda del segnale da campionare. I campioni così ottenuti, discreti nel tempo ma continui in ampiezza, possono assumere infiniti valori compresi tra la massima e la minima ampiezza del segnale analogico (segnale PAM): per la loro codifica sarebbero quindi necessarie infinite combinazioni di codice, condizione impossibile da realizzare in pratica.

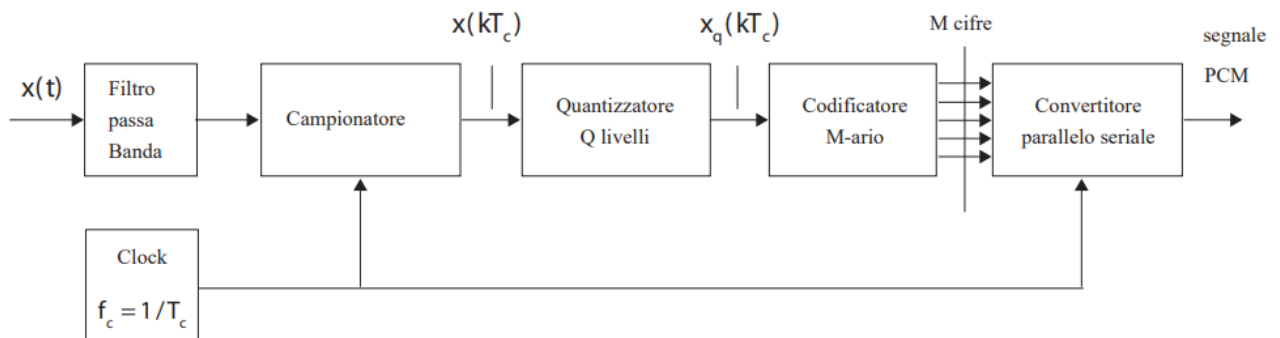
È pertanto necessario limitare il numero dei livelli del segnale PAM a un prefissato valore, approssimando l'ampiezza dei campioni a quella del livello a cui si avvicinano di più: tale operazione, che prende il nome di quantizzazione, rende i campioni discreti, oltre che nel tempo, anche in ampiezza.

La quantizzazione, essendo un'operazione di approssimazione, introduce inevitabilmente una degradazione del segnale e quindi l'introduzione di rumore, denominato rumore di quantizzazione.

Il numero dei livelli è sempre una potenza di 2 (per esempio 8, 16, 32, 64) e pertanto ogni livello può essere rappresentato con 3, 4, 5, 6 bit.

2) Schema a blocchi dei sistemi di trasmissione e ricezione

Lo schema di principio del sistema di trasmissione, mostrato nella seguente figura, comprende i circuiti necessari alla digitalizzazione del segnale analogico originario: al suo ingresso viene applicato il segnale analogico $x(t)$, alla sua uscita si ottiene il corrispondente segnale digitale PCM.



Per limitare il rumore, il segnale analogico $x(t)$ viene limitato in banda (B) dal filtro passa banda d'ingresso, quindi è campionato ad una frequenza $f_c = 1/T_c$ (dove T_c è la distanza temporale tra un campione e l'altro) in modo da ottenere una sequenza di campioni $x(kT_c)$, con $k = 1, 2, 3, \dots$

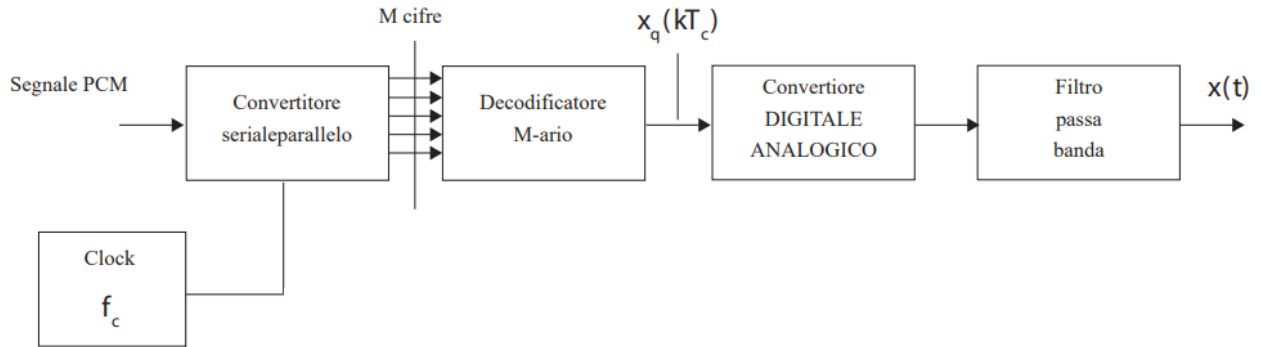
Il quantizzatore approssima il valore di ampiezza di ciascun campione $x(kT_c)$ al valore del livello ad esso più vicino. L'operazione di quantizzazione viene eseguita su tutti i campioni $x(kT_c)$, in modo da generare una sequenza di campioni quantizzati $x_q(kT_c)$, discreti sia nel tempo (campionamento) che in ampiezza (quantizzazione).

La sequenza $x_q(kT_c)$ viene poi codificata dal Codificatore M-ario, il quale associa ad ogni campione quantizzato, il codice numerico a M cifre del livello (segnale numerico) a cui è stato approssimato.

Il segnale numerico così ottenuto viene serializzato attraverso il convertitore parallelo/seriale che pone in sequenza le M cifre di ciascun campione in uscita al codificatore (segnale PCM).

Poiché i campioni si susseguono ad intervalli di T_c secondi, per la trasmissione di ogni cifra si avrà a disposizione un tempo pari a T_c/M : questo rapporto viene chiamato tempo di cifra.

Lo schema a blocchi del sistema di ricezione del segnale PCM, mostrato nella seguente figura, comprende i circuiti necessari alla ricostruzione del segnale analogico originario.



Il segnale PCM serializzato viene innanzitutto “parallelizzato” mediante il convertitore seriale/parallelo, in modo da ottenere la combinazione di codice (a M cifre) di ciascun campione, la quale viene decodificata dal decodificatore M-ario ottenendo il corrispondente campione quantizzato (sequenza $x_q(kT_c)$). Attraverso il convertitore DIGITALE-ANALOGICO, dalla sequenza dei campioni si riottiene il segnale analogico originario, opportunamente filtrato dal filtro passa-banda per limitarne il rumore.

- 3) Affinché il segnale campionato in ricezione possa essere correttamente ricostruito, per il teorema di Shannon la minima frequenza di campionamento (f_c) deve essere pari ad almeno al doppio della massima frequenza del segnale e cioè:

$$f_{cmin} = 2f_{max} = 2 \cdot 5500 = 11 \text{ kHz}$$

- 4) L'intervallo di tempo tra un campione e l'altro corrispondente alla minima frequenza di campionamento vale:

$$T_c = \frac{1}{f_{cmin}} = \frac{1}{11 \cdot 10^3} = 90,9 \mu s$$

- 5) Poiché l'errore di quantizzazione massimo è pari alla metà dell'intervallo ΔV tra due livelli di quantizzazione consecutivi, si può assumere:

$$\Delta V = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ V}$$

Essendo la quantizzazione lineare, per determinare il numero L dei livelli di quantizzazione è sufficiente dividere la dinamica del segnale ($V_{max} - V_{min}$) per ΔV , cioè:

$$L = \frac{(V_{max} - V_{min})}{\Delta V} = \frac{[3 - (-3)]}{0,04} = 150 \text{ livelli}$$

- 6) Per codificare i 150 livelli, il numero delle unità di codice necessarie deve essere:

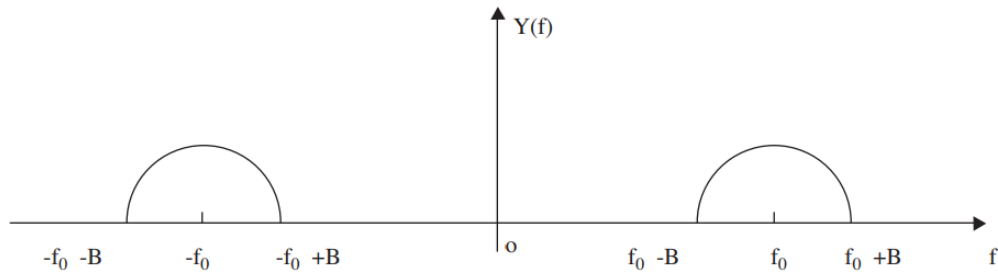
$$n = \log_2 L = \log_2 150 \approx 7,23 \text{ bit}$$

Arrotondando n all'intero immediatamente superiore, la lunghezza del codice risulta $n = 8 \text{ bit}$.

- 7) La velocità di trasmissione corrispondente alla minima frequenza di campionamento, essendo il codice impiegato a 8 bit, vale:

$$V_T = n f_{cmin} = 8 \cdot (11 \cdot 10^3) = 88 \text{ kbit/s}$$

- a) Il segnale $y(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t)$ è composto dal segnale in banda base $x(t)$ moltiplicato per un coseno; tale prodotto provoca una traslazione delle componenti spettrali di $x(t)$ intorno alla frequenza f_0 ; lo spettro che ne deriva è mostrato nella figura seguente.



Dalla figura si evince l'espressione analitica dello spettro di $y(t)$:

$$y(f) = x(f - f_0) + x(f + f_0)$$

- b) Dalla precedente rappresentazione si può osservare che la frequenza massima del segnale vale:

$$f_{\max} = f_0 + B = (100 + 5,5) = 105,5 \text{ kHz}$$

per cui la minima frequenza di campionamento vale:

$$f_{\min} = 2f_{\max} = 2 \cdot 105,5 = 211 \text{ kHz}$$

- c) Poiché la moltiplicazione per una cosinusoide non altera l'ampiezza massima del segnale $x(t)$, il numero dei livelli di quantizzazione rimane invariato rispetto a quello calcolato al punto 5 e quindi si ha:

$$L = 150 \text{ livelli}$$

- d) Per quanto visto nel punto precedente anche la lunghezza del codice necessaria alla codifica rimane invariata e quindi risulta $n = 8$.

- e) La velocità di trasmissione corrispondente alla minima frequenza di campionamento, essendo il codice impiegato a 8 bit, vale:

$$V_T = n f_{\min} = 8 \cdot (211 \cdot 10^3) = 1,688 \text{ Mbit/s}$$

- f) Come già visto nei punti precedenti, la moltiplicazione per una cosinusoide di frequenza f_p provoca una traslazione delle componenti spettrali di $x(t)$ intorno a f_p , per cui la frequenza massima del segnale modulato $w(t)$ può essere scritta come:

$$f_{\max} = f_p + B$$

Poiché si dispone di un campionario con frequenza di campionamento $f_c = 2 \text{ MHz}$, la massima frequenza ammessa per il segnale $w(t)$, in base al teorema di Shannon, vale:

$$f_{\max} = f_c / 2 = 2/2 = 1 \text{ MHz}$$

per cui si ha:

$$f_p = f_{\max} - B = (10^6 - 5,5 \cdot 10^3) = 994,5 \text{ kHz}$$