

**Ministero dell'Istruzione
dell'Università e della Ricerca**
**SIMULAZIONE ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA
SUPERIORE**

Indirizzo: INFORMATICA E TELECOMUNICAZIONI

ARTICOLAZIONE: TELECOMUNICAZIONI

Tema di: TELECOMUNICAZIONI

Si vuole digitalizzare un segnale analogico $s(t)$, avente una banda B che si estende da 0 a 5500 Hz e i valori istantanei compresi tra $V_{\max}=3$ V e $V_{\min}=-3$ V. Supponendo una quantizzazione lineare, il candidato, formulata ogni ipotesi aggiuntiva che ritiene opportuna e descritto il processo di digitalizzazione del segnale illustrandone le caratteristiche salienti, determini:

- 1) la minima frequenza di campionamento affinché il segnale possa essere correttamente ricostruito;
- 2) l'intervallo temporale tra un campione e l'altro corrispondente alla minima frequenza di campionamento;
- 3) il numero di livelli affinché l'errore di quantizzazione sia contenuto entro 0,02 V;
- 4) la lunghezza del codice necessaria alla codifica dei campioni.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di manuali tecnici e di calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

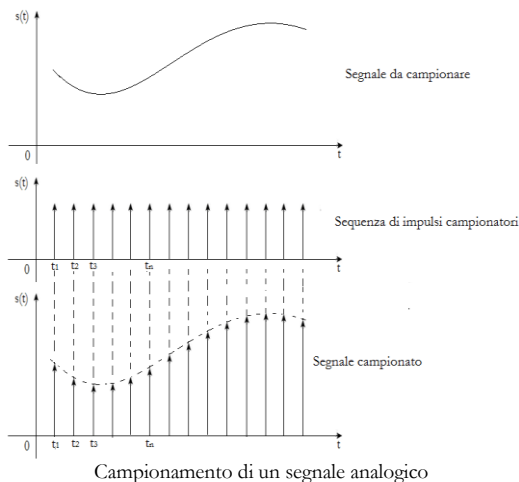
SOLUZIONE

- 1) La maggior parte delle informazioni di origine sono di tipo analogico, come ad esempio il segnale generato da un microfono, che riproduce la variazione nel tempo della pressione che le onde sonore esercitano sulla sua membrana. Tuttavia, essendo nei processi di elaborazione e trasmissione dei segnali più conveniente la tecnologia digitale, vengono quasi sempre utilizzati sistemi numerici: i segnali analogici, pertanto, devono essere trasformati in segnali digitali mediante una conversione **analogico-digitale**, che si basa su tre operazioni fondamentali:

- campionamento;
- quantizzazione;
- codifica.

Il Campionamento è la prima operazione del processo di digitalizzazione di un segnale analogico $s(t)$ ed è realizzata prelevando da questo un adeguato numero di campioni, in modo da renderne possibile la sua corretta ricostruzione.

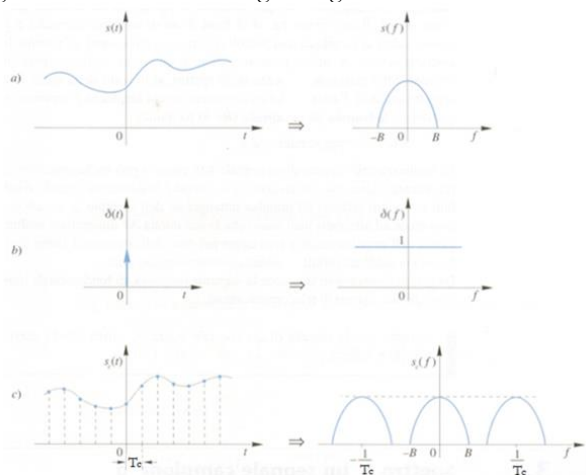
Dal punto di vista matematico l'espressione del segnale campionato si ottiene moltiplicando $s(t)$ per una sequenza di impulsi ideali equidistanti, aventi ampiezza unitaria (impulsi di Dirac): poiché moltiplicando un segnale $s(t)$ per un impulso ideale unitario centrato nell'istante t_0 si ottiene un segnale ovunque nullo tranne in t_0 , dove assume il valore $s(t_0)$, il risultato di questa operazione è una sequenza di impulsi aventi ampiezza pari a $s(t_n)$, dove t_n è l'istante corrispondente all' n -esimo impulso, come mostrato nella figura seguente.



La sequenza di impulsi così ottenuta non conserva tutta l'informazione originaria di $s(t)$ ma, nel caso i tempi t_n , detti **istanti di campionamento**, hanno un'adeguata frequenza, dai campioni prelevati è possibile ricostruire il segnale analogico originario.

Si può dimostrare che nel dominio della frequenza, indicando con $s(\omega)$ lo spettro del segnale $s(t)$, avente banda B , lo spettro del segnale campionato (con periodo di campionamento T_c) è uguale alla ripetizione periodica di $s(\omega)$ all'interno dell'involuppo dello spettro dell'impulso campionatore.

Considerando per semplicità il campionamento istantaneo, essendo lo spettro dell'impulso ideale una retta parallela all'asse delle ascisse ω (spettro piatto) si ha la configurazione indicata nella figura seguente.



Spettro del segnale campionato

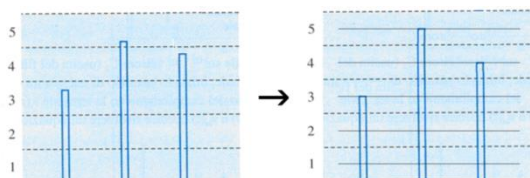
Per ricostruire il segnale originario $s(t)$ a partire dal quello campionato $s_c(t)$, è sufficiente filtrare la prima replica, cioè quella compresa tra 0 e B , con un filtro passa basso avente frequenza di taglio pari a B : è importante evidenziare che tale ricostruzione è possibile solo se le repliche non si sovrappongono, cioè se risulta $\frac{1}{T_c} \geq 2B$.

La frequenza di campionamento $\left(f_c = \frac{1}{T_c}\right)$ deve essere pertanto almeno il

doppio della banda del segnale, cioè della massima frequenza contenuta nel suo spettro (teorema di Shannon).

I campioni ottenuti con il processo di campionamento, pur essendo discreti nel tempo, sono continui in ampiezza, in quanto possono assumere qualsiasi valore compreso tra il massimo e il minimo dell'ampiezza del segnale $s(t)$: il segnale campionato è pertanto ancora analogico in ampiezza, ma numerico nel tempo, cioè può variare solo in corrispondenza degli istanti di campionamento. Per la codifica sarebbero allora necessarie infinite combinazioni di codice, condizione impossibile da realizzare: tale problema viene superato mediante il processo di quantizzazione, che limita le ampiezze dei campioni ad un numero finito.

Nella figura seguente è indicato un esempio di quantizzazione di tre campioni, il cui campo di variabilità è suddiviso in 5 intervalli, detti **intervalli di quantizzazione**, aventi tutti la stessa ampiezza (indicati con 1, 2, 3, 4 e 5): approssimando l'ampiezza di ogni campione al valore del livello centrale dell'intervallo di appartenenza più vicino (figura C1.8b), il loro numero viene limitato a quello dei livelli previsti, cioè a 5.



Esempio di quantizzazione di tre campioni in una codifica a 5 livelli.

Tali approssimazioni introducono però una degradazione del segnale campionato, che non consente una perfetta ricostruzione di quello originario, generando così in ricezione un disturbo, detto **rumore di quantizzazione**, che si sovrappone al segnale utile con un'intensità tanto più elevata, quanto più ampi sono gli intervalli di quantizzazione.

Con l'operazione di quantizzazione i campioni sono approssimati al valore medio degli intervalli di appartenenza e quindi, per completare il processo di conversione analogico-digitale, devono essere trasformati in numeri: tale processo è denominato **codifica ed è realizzato** in codice binario, cioè associando ad ogni intervallo di quantizzazione un numero binario univoco.

- 2) Affinché il segnale campionato in ricezione possa essere correttamente ricostruito, per il teorema di Shannon la minima frequenza di campionamento (f_c) deve essere pari ad almeno al doppio della massima frequenza del segnale e cioè:

$$f_{cmin} = 2f_{max} = 2 \cdot 5500 = 11 \text{ kHz}$$

- 3) L'intervallo di tempo tra un campione e l'altro corrispondente alla minima frequenza di campionamento vale:

$$T_c = \frac{1}{f_{cmin}} = \frac{1}{11 \cdot 10^3} = 90,9 \mu s$$

- 4) Poiché il massimo errore di quantizzazione è pari alla metà dell'intervallo ΔV tra due livelli di quantizzazione consecutivi, si può assumere:

$$\Delta V = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ V}$$

Essendo la quantizzazione lineare, per determinare il numero L dei livelli di quantizzazione è sufficiente dividere la dinamica del segnale ($V_{max} - V_{min}$) per ΔV , cioè:

$$L = \frac{(V_{max} - V_{min})}{\Delta V} = \frac{[3 - (-3)]}{0,04} = 150 \text{ livelli}$$

- 5) Per codificare 150 livelli il numero delle unità di codice necessarie risultano:

$$n = \log_2 L = \log_2 150 \approx 7,23 \text{ bit}$$

e pertanto, approssimano all'intero immediatamente superiore, si ha:

$$n = 8$$