**TITOLO**: PID e risposte dei sistemi

**MATERIE**: Sistemi automatici, Elettronica ed Elettrotecnica, TPSEE

**OBIETTIVI**: analizzare gli effetti del controllo PID con una analisi comparata matematico/grafica.

**■ ESPOSIZIONE DEL PROBLEMA DI ANALISI/PROGETTAZIONE**

In questo elaborato intendo esplorare il ruolo che hanno i controllori PID nell’automazione, concentrando l’attenzione sugli aspetti matematici della disamina, facendo così tesoro di quanto ho appreso nelle materie di indirizzo.

I risultati matematici e le intuizioni logiche sono inoltre corroborate da esperimenti pratici con l’impiego dei programmi Scilab e Xcos.

La disamina fa riferimento a un sistema con la seguente funzione di trasferimento:

Del sistema desidero effettuare i seguenti approfondimenti.

1. Tipo di risposta del sistema.
2. Calcolo della risposta all’impulso del sistema e verifica pratica.
3. Calcolo del valore a regime per ingresso a scalino e verifica pratica.
4. Calcolo del valore a regime del sistema retroazionato con PID di parametri KP = 1, KI = KD = 0.

**■ SVILUPPO DELLA SOLUZIONE CON SPIEGAZIONI, SCHEMI, ELABORAZIONI MATEMATICHE**

**■ Tipo di risposta del sistema**

Metto a confronto la f.d.t con quella generale di un sistema di secondo ordine.

Dalla comparazione risulta:

Il sistema ha uno smorzamento ξ < 1 pertanto le sue risposte hanno senz’altro carattere oscillatorio.

Lo possiamo verificare di seguito con il calcolo della risposta all’impulso.

**■ Calcolo della risposta all’impulso del sistema e verifica pratica**

Si inizia a scomporre il denominatore.

Per chiarezza di esposizione impiego il calcolo letterale con i simboli *a* e *b*.

La risposta all’impulso *δ* vale: U(s) = L[δt)] ⋅ G(s) = G(s).

Ora per antitrasformare l’uscita U(s) applico la scomposizione della frazione e il metodo dei residui.

Ora, noti i coefficienti A e B, possiamo esprimere la U(s) in frazioni parziali, ovvero:

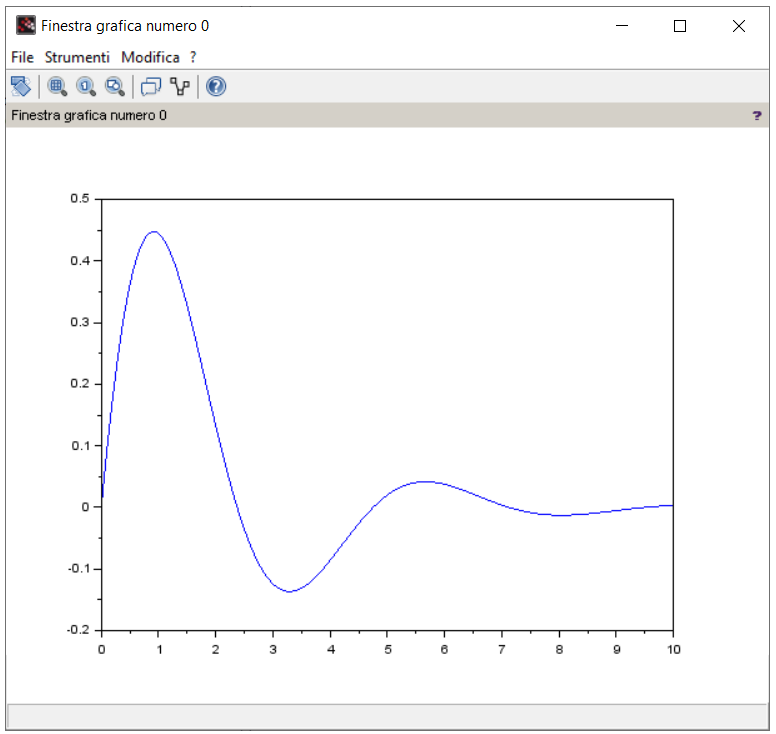
Antitrasformando si ricava:

Applico ora la formula di Eulero:

Come avevamo previsto il sistema risponde con oscillazioni infatti:

* è presente il termine senbt;
* il termine eat rende le oscillazioni smorzate (ricordiamo che *a* è negativo).

Per saggiare la veridicità del risultato simuliamo la risposta con **Scilab**. Possiamo notare la presenza delle oscillazioni nell’avvicinamento all’asintoto zero.



**-->s=%s**

**s =**

**s**

**-->G=1/(s\*s+s+2)**

**G =**

**1**

**---------**

**2**

**2 + s + s**

**-->Gsis=syslin('c',G)**

**Gsis =**

**1**

**---------**

**2**

**2 + s + s**

**-->t=0:0.001:10;**

**-->y=csim(‘impuls’,t,Gsis);**

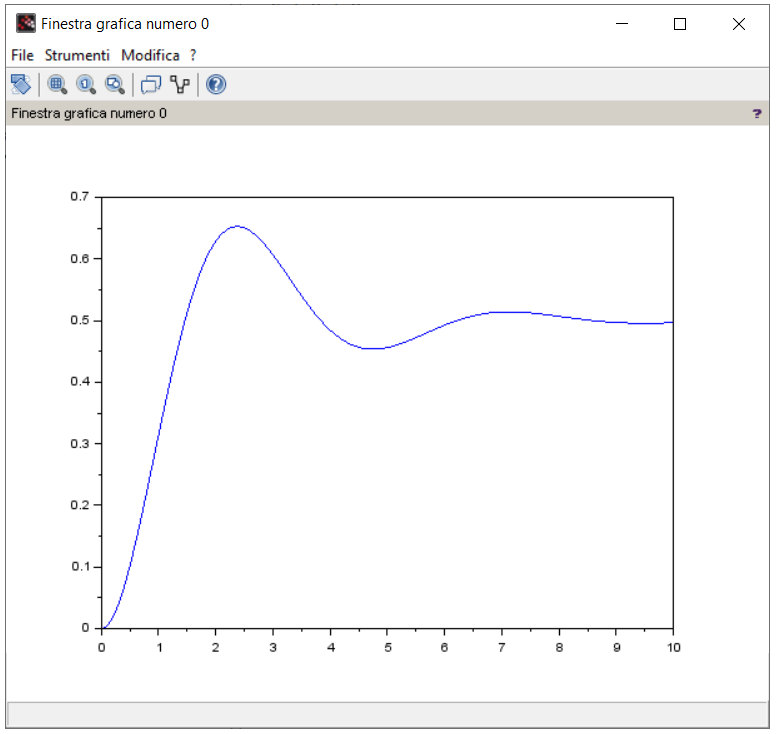
**-->plot(t,y)**

■ **Calcolo del valore a regime per ingresso a scalino e verifica pratica**

Poiché ci serve solo il valore a regime, possiamo applicare il teorema del limite finale direttamente alla U(s), senza la necessità di calcolare l’antitrasformata dell’uscita.

La verifica sperimentale corrobora questo risultato: si può infatti osservare che il sistema tende asintoticamente a 0,5 dopo alcuni periodi di oscillazione.

**-->s=%s**

** s =**

**s**

**-->G=1/(s\*s+s+2)**

**--> U=G\*1/s**

**U =**

**1**

**-----------**

**2 3**

**2s + s + s**

**--> Usis=syslin('c',U)**

**Usis =**

**1**

**-----------**

**2 3**

**2s + s + s**

**--> t=0:0.001:10;**

**--> y=csim('step',t,Gsis);**

**--> plot(t,y)**

■ **Calcolo del valore a regime del sistema retroazionato con KP = 1, KI = KD = 0.**

Collego ora il blocco della f.d.t in retroazione negativa unitaria. Considero un blocco PID con la sola componente proporzionale KP = 10.

🞤

🢜

La nuova f.d.t vale:

Verifico il risultato con Scilab.

**--> t=0:0.001:10;**

**--> GRsis=syslin('c',GR)**

**GRsis =**

**10**

**-----------**

**2**

**12 + s + s**

**--> y=csim('step',t,GRsis);**

**--> plot(t,y)**

**--> s=%s**

**s =**

**s**

**--> G=1/(s^2+s+2)**

**G =**

**1**

**----------**

**2**

**2 + s + s**

**--> Kp=10**

**Kp =**

**10.**

**--> GR=(Kp\*G)/(1+Kp\*G)**

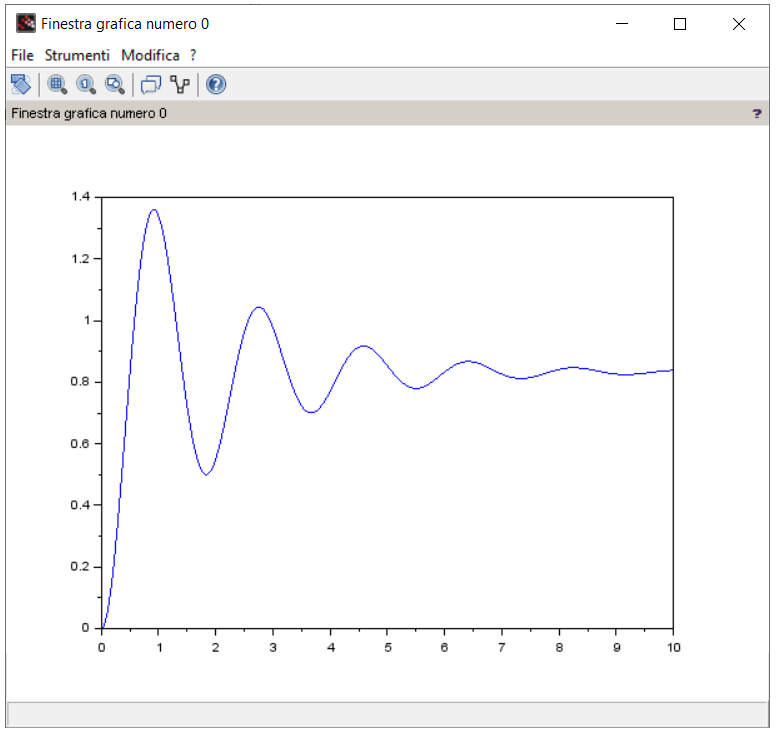
**GR =**

**10**

**-----------**

**2**

**12 + s + s**

****

Si nota che, avendo aumentato il guadagno statico del sistema e avendo collocato il sistema in retroazione, il valore a regime si avvicina maggiormente all’ideale unitario.

Sappiamo che questo avviene in quanto, con ingresso a scalino e sistema di tipo zero, l’errore a regime è inversamente proporzionale al guadagno statico.

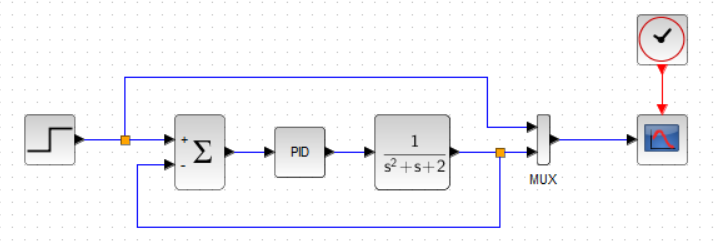
Tuttavia la teoria ci insegna anche che l’aumento di K sollecita troppo il sistema e causa un aumento di pendolazioni. Si vede infatti dal grafico che sono aumentate molto le oscillazioni, a fronte di un valore di regime ancora molto distante da quello ideale!

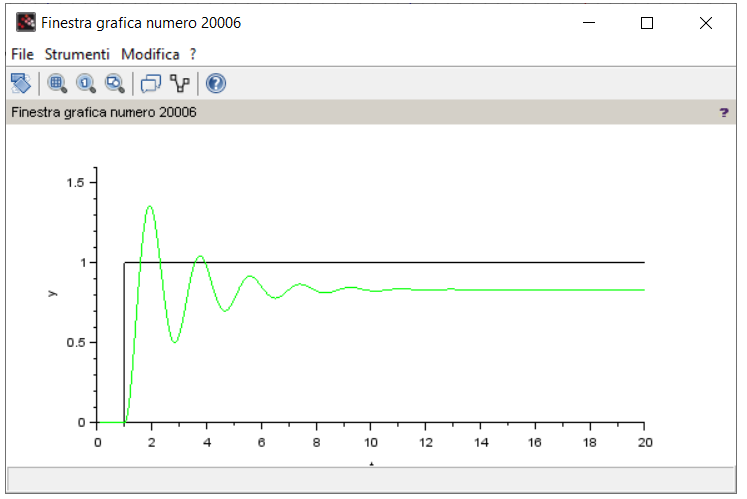
Come noto solo l’azione integrale e quella derivativa possono migliorare i parametri della risposta. Questa disamina viene condotta nella successiva sezione pratica.

**■ VALIDAZIONE DEI RISULTATI OTTENUTI CON UNO O PIU’ ESPERIMENTI SIMULATI**

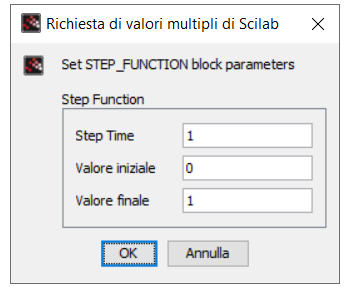
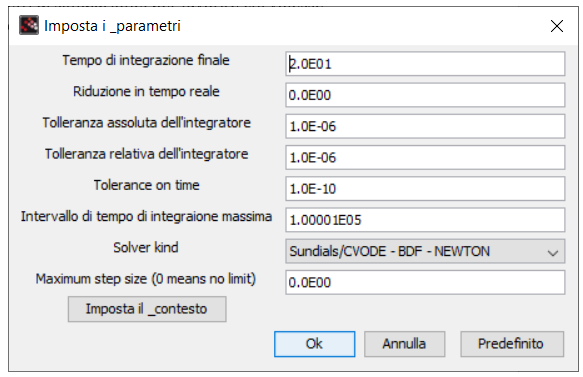
Per approfondire ulteriormente questa analisi in modalità grafica conviene sfruttare il programma **Xcos**, che ci consente di costruire direttamente lo schema a blocchi e sperimentarne la risposta.

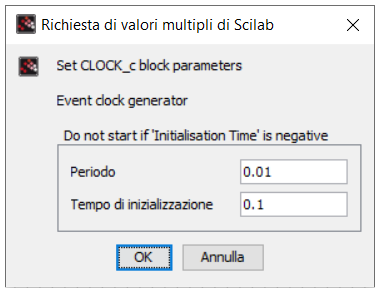
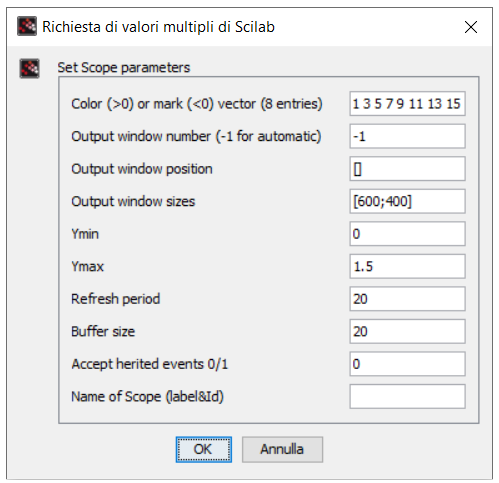
Inizialmente pongo KP = 10, KI = KD = 0 come nella analisi precedente e ricavo il medesimo grafico.





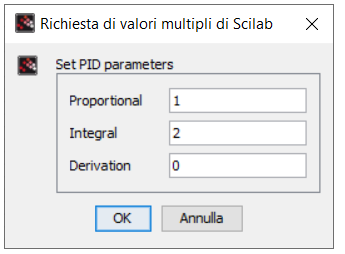
Riporto anche le finestre di impostazione dei parametri di simulazione, per favorire chi volesse sperimentare questi risultati. Il relativo file è comunque annesso a questo elaborato.





Ora facendo doppio click sul blocco PID ne cambio le impostazioni:

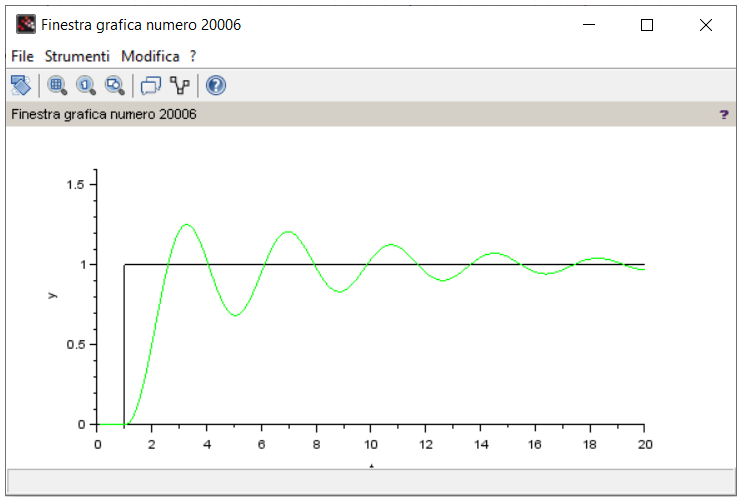
* Diminuisco KP portandolo a KP = 1;
* Introduco un effetto integrativo impostando KI = 2.



La nuova risposta è migliorata notevolmente: il sistema raggiunge perfettamente il valore impostato all’ingresso dallo scalino.

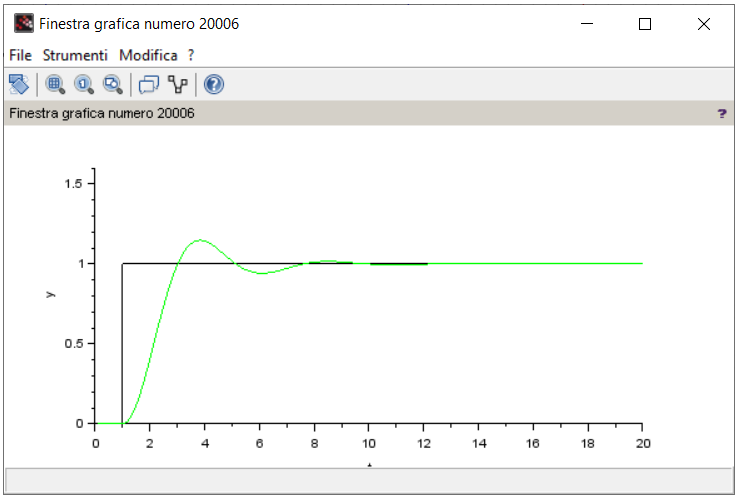
L’integratore ha infatti elevato il tipo di sistema e un sistema di tipo uno con ingresso a scalino ha errore di regime nullo.

Permangono tuttavia delle oscillazioni, che rendono la risposta non ideale nel transitorio.



Dobbiamo allora introdurre anche l’effetto derivativo, impostando KD = 1.

Come si può osservare le oscillazioni si sono smorzate; questo avviene perché, come noto, a differenza del controllo integrale che interviene a regime ovvero agisce a ritardare, il controllo derivativo interviene nei primi istanti e agisce ad anticipare.



**■ Espansione dell’elaborato mediante contenuti teorici**

Dal manuale di Elettrotecnica, Elettronica e Automazione si può reperire materiale da rielaborare per completare la propria esposizione con parentesi di approfondimento teorico, legate ai contenuti dell’elaborato.

* Sezione XVIII – Sistemi

**■ Suggerimenti di possibili percorsi alternativi per nuovi elaborati.**

* Sperimentazione dell’errore a regime per diversi tipi di sistemi e di ingressi.
* Risposte dei sistemi di secondo ordine.
* Sistemi analoghi meccanico, termico e idraulico e loro risposte.
* Risposta all’impulso VS risposta in frequenza.