

**SIMULAZIONE ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE  
SECONDARIA SUPERIORE  
Indirizzo: ITEC - ELETTRONICA ED ELETTROTECNICA  
ARTICOLAZIONE ELETTRONICA  
Tema di: ELETTROTECNICA ED ELETTRONICA**

***PRIMA PARTE***

Si consideri il generatore d'onda quadra di figura 1.

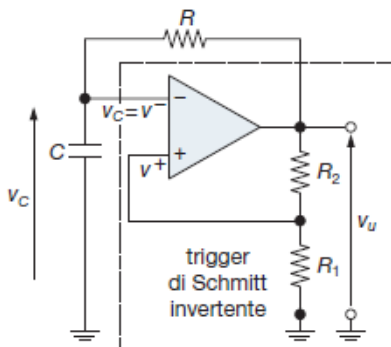


Figura 1 – Generatore di forma d'onda quadra

Il candidato, formulate le ipotesi aggiuntive che ritiene opportune:

- 1) fornisca una descrizione generale del circuito;
- 2) dimensioni il generatore affinché il segnale di uscita sia un'onda quadra avente ampiezza pari  $10\text{ V}$ , frequenza  $f = 50\text{ kHz}$  e duty cycle  $DC = 50\%$ ;
- 3) dimensioni il generatore in modo che fornisca in uscita la stessa onda quadra del punto 2 con duty cycle  $DC = 70\%$ ;
- 4) dimensioni il generatore in modo che fornisca in uscita la stessa onda quadra del punto 2 con frequenza variabile tra  $f_{min} = 1\text{ kHz}$  e  $f_{max} = 50\text{ kHz}$ ;
- 5) Utilizzando un timer 555, dimensioni un generatore ad onda quadra che fornisca in uscita un'onda avente frequenza  $f = 20\text{ kHz}$  e duty cycle  $DC = 70\%$ .

***SECONDA PARTE***

Il candidato, definite le ipotesi aggiuntive ritenute necessarie, risponda a uno dei quesiti di seguito indicati.

### **QUESITO 1**

Disegni e illustri il funzionamento del circuito di un generatore d'onda triangolare.

### **QUESITO 2**

Dimensioni il generatore del quesito 1 affinché in uscita fornisca un segnale triangolare simmetrico avente ampiezza  $8\text{ V}$  e frequenza  $10\text{ kHz}$ .

### **QUESITO 3**

Dimensioni e illustri il funzionamento di un generatore affinché fornisca in uscita un segnale triangolare asimmetrico, avente ampiezza  $8\text{ V}$ , frequenza  $1\text{ kHz}$  e semiperiodo  $T_1$  (rampa crescente) pari al  $65\%$  dell'intero periodo  $T$  del segnale.

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di manuali tecnici e di calcolatrici non programmabili.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

Soluzione

## PRIMA PARTE

- 1) il circuito di figura 1 è formato da un trigger di Schmitt invertente connesso ad anello chiuso con un integratore non invertente (rete  $RC$ ).

Il trigger di Schmitt invertente è un comparatore avente transcaratteristica a due soglie (figura 2), indicate con  $V_{T1}$  (soglia inferiore) e  $V_{T2}$  (soglia superiore), simmetriche rispetto all'origine degli assi, il cui valore è:

$$V_{T2} = V_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad V_{T1} = -V_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

in cui  $\pm V_s$  sono le tensioni di uscita che il trigger può assumere, dette **tensioni di saturazione**, le quali si discostano da quelle di alimentazione  $\pm V_{CC}$  dell'AO di 2 V ( $V_s = V_{CC} - 2$ ;  $-V_s = -V_{CC} + 2$ )

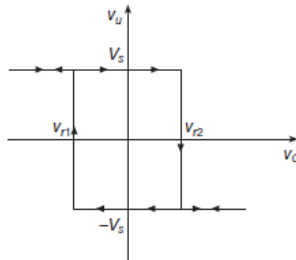


Figura 2 - Transcaratteristica ingresso-uscita del trigger di Schmitt invertente

Si può osservare che la tensione di uscita del trigger:

- rimane costante al valore minimo ( $-V_s$ ) finché il segnale di ingresso  $V_C$  (applicato all'ingresso invertente) è superiore alla soglia inferiore ( $V_{T1}$ ), commutando al valore massimo ( $V_s$ ) quando scende sotto di tale soglia;
- rimane costante al valore massimo ( $V_s$ ) finché  $V_C$  è inferiore alla soglia superiore ( $V_{T2}$ ), commutando al valore minimo ( $-V_s$ ) quando supera tale soglia.

Nell'ipotesi iniziale che l'uscita del trigger sia a livello alto  $V_s$ , il condensatore, supposto scarico, inizia a caricarsi attraverso la resistenza  $R$ , tendendo a  $V_s$ . Quando la tensione di carica  $V_C$  raggiunge la soglia  $V_{T2}$ , l'uscita del trigger commuta al valore  $-V_s$ , interrompendo la carica del condensatore, che pertanto inizia a scaricarsi: quando è completamente scarico ( $V_C = 0$ ) inizia di nuovo a caricarsi, ma in senso opposto al ciclo precedente, tendendo a  $-V_s$  (figura 3).

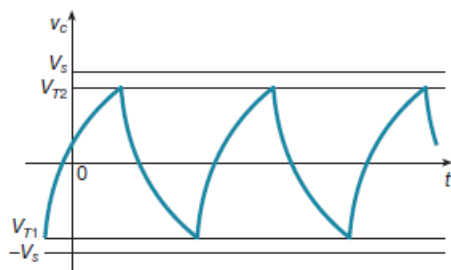


Figura 3 – Carica e scarica del condensatore C attraverso la resistenza R.

Quando  $V_c$  raggiunge la soglia  $V_{T1}$ , l'uscita del trigger commuta al valore  $V_s$  interrompendo la carica del condensatore, che inizia di nuovo a scaricarsi senza raggiungere la tensione  $-V_s$ : il processo si ripete ciclicamente instaurando il regime di oscillazioni mostrato nella figura 4.

Ne consegue che la tensione  $V_C$  sul condensatore oscilla fra i valori  $V_{T1}$  e  $V_{T2}$ , e quella di uscita  $V_u$  tra  $V_s$  e  $-V_s$ , realizzando così un generatore di onda quadra.

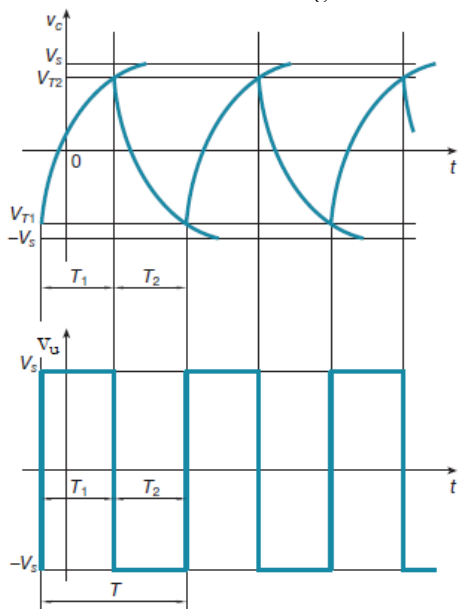


Figura 4 – Forme d'onda del generatore d'onda quadra

Si può osservare che a regime il punto di funzionamento del trigger rimane confinato nella maglia di isteresi, percorrendola con le seguenti modalità:

- lentamente, nei tratti orizzontali, a causa della reazione negativa del blocco  $RC$ ;
- velocemente, nei tratti verticali, a causa della reazione positiva interna al trigger.

- 2) Con riferimento alla figura 1, per ottenere un'ampiezza dell'onda quadra  $V_s$  pari a  $10\text{ V}$  occorre utilizzare un amplificatore operazione avente un'alimentazione  $V_{CC} = 12\text{ V}$ ; in tal caso infatti si ha:  $V_s = V_{CC} - 2 = 12 - 2 = 10\text{ V}$ .

Essendo il duty cycle pari al 50%, la frequenza di oscillazione risulta:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\tau \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)}$$

con  $\tau = RC$ .

Ipotizzando un'isteresi del trigger  $\Delta V = 3\text{ V}$  ed essendo la sua transcaratteristica simmetrica rispetto all'asse  $v_u$  (figura 2), si ha:

$$V_{T1} = -1,5\text{ V} \quad V_{T2} = 1,5\text{ V}$$

Inoltre, considerando che l'ampiezza dell'onda quadra generata in uscita coincide con la tensione di saturazione  $V_s$  dell'operazionale ( $V_s = 10\text{ V}$ ), si ottiene:

$$V_{T2} = V_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} \rightarrow 1,5 = 10 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Imponendo, ad esempio,  $R_1 + R_2 = 80\text{ k}\Omega$ , si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} 10 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1,5 \\ R_1 + R_2 = 80 \cdot 10^3 \end{cases}$$

dal quale si possono ricavare le resistenze  $R_1$  e  $R_2$ :

$$R_1 = 12\text{ k}\Omega; \quad R_2 = 68\text{ k}\Omega$$

Ricavando dall'espressione della frequenza la costante di tempo  $\tau$ :

$$\tau = \frac{1}{2f \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)} = \frac{1}{2 \cdot 50 \cdot 10^3 \ln\left(1 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 10^3}{68 \cdot 10^3}\right)} = 3,31 \cdot 10^{-5}\text{ s}$$

Ipotizzando inoltre  $C = 10 \text{ nF}$  la resistenza  $R$  risulta:

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{3,31 \cdot 10^{-5}}{10 \cdot 10^{-9}} \cong 3310 \text{ } \Omega$$

- 3) Per ottenere la stessa onda quadra del punto 2 con un duty cycle del 70%, occorre modificare il circuito di figura 1 come mostrato nella figura 5.

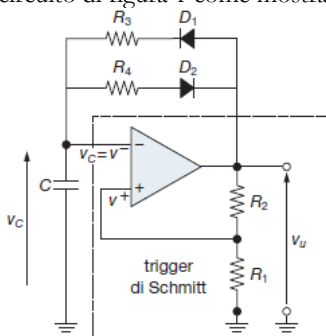


Figura 5 – Circuito per ottenere un DC diverso dal 50%

Si può osservare che il diodo  $D_1$  è in conduzione durante la semionda positiva dell'onda quadra d'uscita e  $D_2$  durante la semionda negativa:  $R_3$  determina pertanto il semiperiodo della semionda positiva ed  $R_4$  quello della semionda negativa che risultano:

$$T_1 = R_3 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad T_2 = R_4 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

Il duty cycle vale quindi:

$$DC = \frac{T_1}{T_1 + T_2} = \frac{R_3 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)}{R_3 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) + R_4 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} = \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

La frequenza dell'onda quadra è  $f = 50 \text{ kHz}$ , e quindi il suo periodo  $T$  vale:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \cdot 10^3} = 20 \mu\text{s}$$

Essendo:

$$T = T_1 + T_2 = R_3 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) + R_4 C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) = C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) (R_3 + R_4)$$

e considerando  $T = 20 \mu s$  e  $DC = 0,7$ , si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 0,7 \\ C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) (R_3 + R_4) = 20 \cdot 10^{-6} \end{cases}$$

dal quale si può ricavare:

$$R_3 = \frac{0,7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} \qquad R_4 = \frac{0,3R_3}{0,7}$$

Essendo inoltre:

$$R_1 = 12 \text{ k}\Omega; \qquad R_2 = 68 \text{ k}\Omega; \qquad C = 10 \text{ nF}$$

si ha:

$$R_3 = \frac{0,7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-9} \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 12}{68} \right)} \cong 4631 \Omega$$

$$R_4 = \frac{0,3R_3}{0,7} = \frac{0,3 \cdot 4631}{0,7} \cong 1984 \Omega$$

- 4) La variazione della frequenza dell'onda si ottiene variando la resistenza  $R$  della costante di tempo  $\tau = RC$ , introducendo in serie a questa una resistenza variabile  $R_p$ , come indicato nella figura 6.

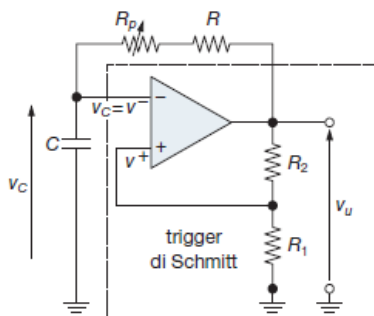


Figura 6 – Generatore d'onda quadra con frequenza di oscillazione variabile

Essendo la resistenza totale di retroazione data dalla somma di quella fissa  $R$  e quella variabile  $R_p$ , la prima ( $R = 3310 \, \Omega$ ) limita il valore massimo della frequenza, che si ha per  $R_p = 0$ :

$$f_{\max} = \frac{1}{2RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)}$$

Infatti, con i valori determinati al punto 1 si ha:

$$f_{\max} = \frac{1}{2RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} = \frac{1}{2 \cdot 3310 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 12}{68} \right)} = 50 \, \text{Hz}$$

Il valore minimo di frequenza è invece limitato dal massimo valore che può assumere la resistenza variabile ( $R_p$ ) in serie ad  $R$ ; cioè:

$$f_{\min} = \frac{1}{2(R + R_p)C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)}$$

Imponendo  $f_{\min} = 1 \, \text{kHz}$ , dalla precedente equazione si ottiene:

$$R + R_p = \frac{1}{2f_{\min}C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} = \frac{1}{2 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 12}{68} \right)} \cong 37 \, \text{k}\Omega$$

Essendo  $R = 3310 \, \Omega$ ,  $R_p$  risulta:

$$R_p = 37000 - 3310 = 33,69 \, \text{k}\Omega$$

$R_p$  deve pertanto assumere un valore compreso tra 0 e  $33,69 \, \text{k}\Omega$ .

- 5) La realizzazione circuitale di un generatore d'onda quadra con il timer 555 è mostrata nella figura 7a.



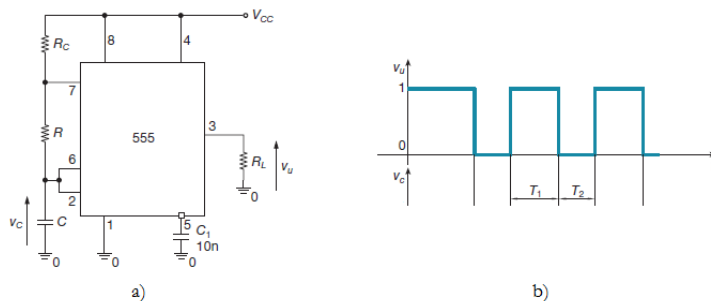


Figura 7 – Generatore d'onda quadra realizzato con il timer 555

La durata del livello alto  $T_1$  e quella del livello basso  $T_2$  dell'onda quadra risultano, rispettivamente:

$$T_1 = 0,69C(R + R_c)$$

$$T_2 = 0,69 \cdot RC$$

Il periodo  $T$  dell'onda vale:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20 \cdot 10^3} = 50 \mu s$$

Essendo per definizione :

$$DC\% = \frac{T_1}{T} \cdot 100$$

si ha:

$$T_1 = \frac{T \cdot DC}{100} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 70}{100} = 35 \mu s$$

Il tempo di  $T_2$  risulta pertanto:

$$T_2 = T - T_1 = (50 - 35) \cdot 10^{-6} = 15 \mu s$$

Ipotizzando  $C = 5 \text{ nF}$ , dall'espressione di  $T_2$  si ottiene:

$$R = \frac{T_2}{0,69 \cdot C} = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{0,69 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} \cong 4348 \text{ k}\Omega$$

Dall'espressione di  $T_1$  si ottiene infine:

$$R_c = \frac{T_1 - 0,69RC}{0,69C} = \frac{35 \cdot 10^{-6} - 0,69 \cdot 4348 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,69 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 5797 \text{ k}\Omega$$

## SECONDA PARTE

### QUESITO 1

Un generatore d'onda triangolare può essere realizzato collegando un circuito integratore in cascata a un generatore di onda quadra, come indicato nella figura 8.

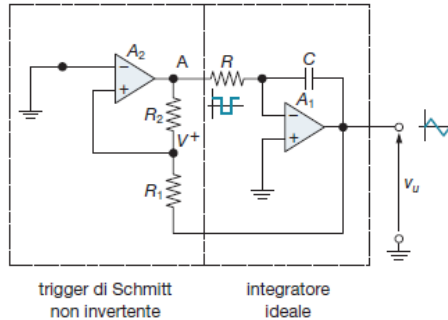


Figura 8 – Generatore di onda triangolare

Si può osservare che il circuito comprende un trigger di Schmitt non invertente, connesso ad anello chiuso ad un integratore invertente ideale, con l'ingresso del trigger prelevato dall'uscita dell'integratore e l'ingresso dell'integratore che coincide con l'uscita del trigger.

Il trigger di Schmitt non invertente è un comparatore il quale, analogamente a quello invertente, presenta una transcaratteristica a due soglie, indicate con  $V_{T1}$  (soglia inferiore) e  $V_{T2}$  (soglia superiore) simmetriche rispetto all'origine, la cui uscita può assumere soltanto i valori  $\pm V_s$  (figura 9).

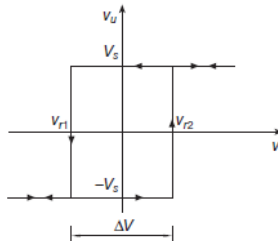


Figura 9 – Transcaratteristica del trigger di Schmitt non invertente

Tuttavia, a differenza del trigger invertente, come si evince dalla figura 9, la tensione di uscita:

- rimane costante al valore minimo ( $-V_s$ ) finché il segnale di ingresso è inferiore alla soglia superiore ( $V_{T2}$ ), e commuta al valore massimo ( $V_s$ ) quando supera tale soglia;
- rimane costante al valore massimo ( $V_s$ ) finché il segnale di ingresso è superiore alla soglia inferiore ( $V_{T1}$ ), e commuta al valore minimo ( $-V_s$ ) quando scende al disotto di tale soglia.

Poiché l'integratore è invertente, con costante di proporzionalità  $1/RC$ , supponendo che la tensione d'uscita iniziale del trigger sia  $V_s$  (livello alto), all'uscita dell'integratore si ha una rampa decrescente (risultato dell'integrazione invertente di una tensione d'ingresso con valore costante positivo), cioè:

$$v_u = -\frac{1}{RC} \int V_s dt = -\frac{V_s}{RC} t$$

Quando tale rampa, che costituisce l'ingresso del trigger, raggiunge il valore della tensione di soglia inferiore  $V_{T1}$ , l'uscita  $v_u$  commuta al valore  $-V_s$ ; ne consegue che all'uscita dell'integratore, e quindi all'ingresso del trigger, si ha una rampa crescente (risultato dell'integrazione invertente di una tensione con valore costante negativo), cioè:

$$v_u = -\frac{1}{RC} \int -V_s dt = \frac{V_s}{RC} t$$

In tal caso, quando la rampa crescente raggiunge la soglia superiore  $V_{T2}$ , l'uscita  $v_u$  commuta di nuovo al valore  $V_s$ : il processo si ripete ciclicamente generando all'uscita dell'integratore un'onda triangolare simmetrica avente andamento del tipo indicato nella figura 10.

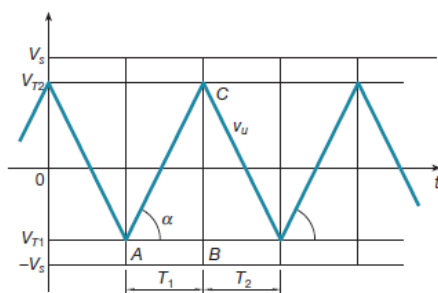


Figura 10 – Forma d'onda triangolare simmetrica all'uscita dell'integratore

Si può osservare che i valori massimi e minimi dell'onda triangolare coincidono rispettivamente con le tensioni di soglia superiore ( $V_{T2}$ ) e inferiore ( $V_{T1}$ ) del trigger, le quali sono simmetriche e assumono i valori:

$$V_{T2} = V_s \frac{R_1}{R_2}$$

$$V_{T1} = -V_s \frac{R_1}{R_2}$$

La frequenza dell'onda triangolare vale:

$$f = \frac{R_2}{4R_1RC}$$

## QUESITO 2

Poiché l'ampiezza  $V_{um}$  dell'onda triangolare d'uscita coincide con la tensione di soglia  $V_{T2}$  del trigger, dall'espressione di  $V_{T2}$  si ottiene:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_{T2}}{V_s} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Ad esempio, con  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  si ha:

$$R_1 = 0,8 \cdot R_2 = 0,8 \cdot 10 \cdot 10^3 = 8 \text{ k}\Omega$$

Fissando  $R = 10 \text{ k}\Omega$ , dall'espressione di  $f$  si può ricavare il valore di  $C$  necessario per avere  $f = 10 \text{ kHz}$ :

$$C = \frac{R_2}{4fR_1R} = \frac{10 \cdot 10^3}{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3} = 3,125 \text{ nF}$$

## QUESITO 3

Un'onda triangolare asimmetrica può essere generata mediante il circuito di figura 11, formato da due blocchi funzionali: un trigger di Schmitt non invertente e un integratore ideale.

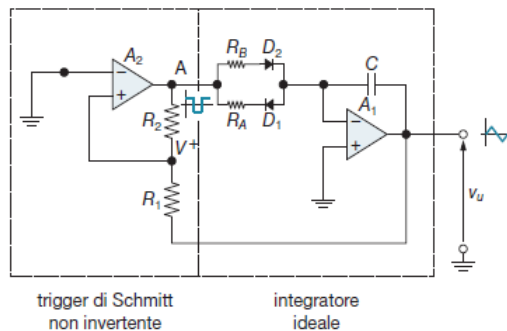


Figura 11 –Generatore d'onda triangolare asimmetrica

Ipotizzando i diodi ideali, il funzionamento del circuito è il seguente:

- durante il livello alto della tensione di uscita del trigger ( $V_s$ ), essendo  $D_2$  in conduzione e  $D_1$  in interdizione, la resistenza dell'integratore è  $R_B$  e la durata della rampa decrescente è data dalla seguente espressione:

$$T_2 = 2CR_B \frac{R_1}{R_2}$$

- durante il livello basso della tensione all'uscita del trigger ( $-V_s$ ), essendo  $D_1$  in conduzione e  $D_2$  in interdizione, la resistenza dell'integratore è  $R_A$  e la durata della rampa crescente risulta:

$$T_1 = 2CR_A \frac{R_1}{R_2}$$

È da osservare che se  $R_A > R_B$  il semiperiodo  $T_1$  è più grande di  $T_2$  e l'onda triangolare non è più simmetrica, come mostrato in figura 12.

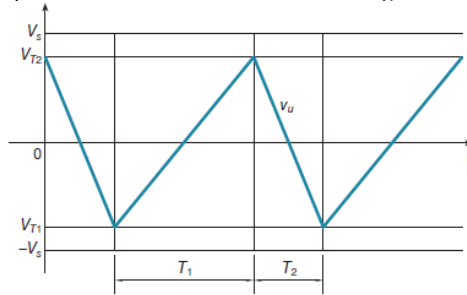


Figura B3.12 – Onda triangolare asimmetrica

In tal caso si ha:

$$T = T_1 + T_2 = 2CR_A \frac{R_1}{R_2} + 2CR_B \frac{R_1}{R_2} = 2C \frac{R_1}{R_2} (R_A + R_B)$$

e quindi la frequenza  $f$  risulta:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2C \frac{R_1}{R_2} (R_A + R_B)} = \frac{R_2}{2CR_1(R_A + R_B)}$$

Essendo:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^3} = 1 \text{ ms}$$

e  $T_1 = 0,65 T$ ,  $T_1$  e  $T_2$  risultano:

$$T_1 = 0,65 \cdot T = 0,65 \cdot 10^{-3} = 0,65 \text{ ms}$$

$$T_2 = T - T_1 = 10^{-3} - 0,65 \cdot 10^{-3} = 0,35 \text{ ms}$$

Dall'espressione di  $T_1$ , considerando gli stessi valori del quesito 2, cioè  $R_1 = 8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  e  $C = 3,125 \text{ nF}$ , si può ricavare  $R_A$ :

$$R_A = \frac{T_1 R_2}{2 C R_1} = \frac{0,65 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,125 \cdot 10^{-9} \cdot 8 \cdot 10^3} = 130 \text{ k}\Omega$$

e dall'espressione di  $T_2$   $R_B$ :

$$R_B = \frac{T_2 R_2}{2 C R_1} = \frac{0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,125 \cdot 10^{-9} \cdot 8 \cdot 10^3} = 70 \text{ k}\Omega$$